

APPUNTI DI MATEMATICA

GEOMETRIA \ GEOMETRIA ANALITICA \ GENERALITA' (1)

Una retta **orientata** è una retta sulla quale sia fissato un verso di percorrenza.

Una retta **cartesiana** è una retta sulla quale sia fissato un **sistema di riferimento cartesiano**, consistente in un punto **O** (**origine** del sistema di riferimento), scelto a piacere sulla retta, e in un altro punto **U** (**punto "unità"**), sempre scelto a piacere sulla retta, che consente di stabilire l'unità di misura del sistema di riferimento, nonché il verso positivo di percorrenza del sistema di riferimento (e, precisamente, quello, dei due, che porta da O a U). Il punto U, usualmente, è scelto a destra del punto O, sicché il verso positivo di percorrenza del sistema di riferimento è solitamente quello da sinistra a destra lungo la retta.

Al punto O si fa poi corrispondere il numero reale 0, al punto U il numero reale 1; il segmento OU ha dunque lunghezza unitaria. I numeri reali positivi corrispondono a punti che seguono O rispetto al verso fissato (e quindi, solitamente, posti a destra di O), i numeri reali negativi corrispondono a punti che precedono O rispetto al verso fissato (e quindi, solitamente, posti a sinistra di O).

RISULTATO IMPORTANTISSIMO :

Ad ogni punto della retta corrisponde un numero reale, e viceversa ad ogni numero reale può essere fatto corrispondere un particolare punto su una retta; vi è quindi una corrispondenza biunivoca tra l'insieme dei punti di una retta (cartesiana) e l'insieme dei numeri reali (R).

Il numero reale associato ad un punto della retta viene detto **ascissa del punto** (nel particolare sistema di riferimento scelto!). Ogni ascissa, in valore assoluto, è la distanza del punto dall'origine O, rispetto all'unità di misura scelta.

La distanza tra due punti A e B della retta è la misura della lunghezza del segmento AB (o BA) rispetto all'unità di misura scelta; tale misura si indica con \overline{AB} . Naturalmente, $\overline{AB} = \overline{BA}$.

Nella retta cartesiana, $\overline{AB} = |x_B - x_A|$.

In particolare, poi, $\overline{OA} = |x_A|$.

APPUNTI DI MATEMATICA

GEOMETRIA \ GEOMETRIA ANALITICA \ GENERALITA' (2)

Un **piano cartesiano** è un piano sul quale sia fissato un **sistema di riferimento cartesiano**, consistente in una coppia di rette cartesiane (**assi cartesiani**) aventi la stessa origine O (che rappresenta quindi il loro punto di intersezione).

Se le rette sono tra loro perpendicolari (ovvero ortogonali), il sistema di riferimento cartesiano si dice **ortogonale** (qual è quello solitamente utilizzato).

Se le rette hanno la stessa unità di misura, il sistema di riferimento cartesiano si dice **monometrico**.

Per normali o semplici operazioni di carattere matematico, ovvero salve diverse avvertenze, il sistema di riferimento cartesiano è sempre ortogonale monometrico.

Essendo le due rette perpendicolari, è sempre possibile rappresentarne una orizzontale e l'altra verticale; l'asse orizzontale è detto **asse delle ascisse** o **asse x** , l'asse verticale è detto **asse delle ordinate** o **asse y** .

Il verso positivo sulla retta orizzontale è (normalmente) quello da sinistra a destra; il verso positivo sulla retta verticale è (normalmente) quello dal basso all'alto.

RISULTATO IMPORTANTISSIMO :

Ad ogni punto del piano cartesiano corrisponde una coppia ordinata di numeri reali, e viceversa ad ogni coppia ordinata di numeri reali può essere fatto corrispondere un particolare punto nel piano cartesiano; vi è quindi una corrispondenza biunivoca tra l'insieme dei punti del piano cartesiano e l'insieme delle coppie ordinate di numeri reali ($R \times R = R^2$).

I due numeri della coppia ordinata associata ad un punto del piano sono chiamati **coordinate** (cartesiane) **del punto** (nel particolare sistema di riferimento scelto!); la prima coordinata viene detta **ascissa** del punto, la seconda coordinata viene detta **ordinata** del punto.

In generale, per indicare che al punto P del piano cartesiano corrisponde la coppia ordinata di numeri reali (x,y) - e viceversa - si scrive $P(x,y)$, che si legge: il punto P di coordinate x e y .

In un sistema di riferimento cartesiano ortogonale, gli assi (essendo due rette tra loro perpendicolari) dividono l'intero piano cartesiano in quattro angoli retti, detti **quadranti**; le coordinate dei punti del piano sono positive o negative a seconda del quadrante in cui i punti si trovano.

I punti del primo quadrante hanno coordinate entrambe positive, i punti del terzo quadrante hanno coordinate entrambe negative; i punti del primo e terzo quadrante hanno quindi coordinate concordi.

I punti del secondo quadrante hanno ascissa negativa e ordinata positiva, i punti del quarto quadrante hanno ascissa positiva e ordinata negativa; i punti del secondo e quarto quadrante hanno quindi coordinate discordi.

L'origine O del sistema di riferimento cartesiano ha coordinate $(0, 0)$.

Tutti i punti dell'asse x hanno ordinata nulla; il generico punto dell'asse x è quindi del tipo $(x, 0)$.

Tutti i punti dell'asse y hanno ascissa nulla; il generico punto dell'asse y è quindi del tipo $(0, y)$.

APPUNTI DI MATEMATICA

GEOMETRIA \ GEOMETRIA ANALITICA \ GENERALITA' (3)

La distanza tra due punti $P_1(x_1, y_1)$ e $P_2(x_2, y_2)$ del piano cartesiano è la misura della lunghezza del segmento P_1P_2 (o P_2P_1); tale misura si indica con $\overline{P_1P_2}$. Naturalmente, $\overline{P_1P_2} = \overline{P_2P_1}$.

Applicando il teorema di Pitagora, si ha: $\overline{P_1P_2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

In particolare, poi:

- se i due punti hanno la stessa ordinata (cioè appartengono all'asse x o ad una retta parallela all'asse x), cioè se $y_2 = y_1$, $\overline{P_1P_2} = |x_2 - x_1|$;
- se i due punti hanno la stessa ascissa (cioè appartengono all'asse y o ad una retta parallela all'asse y), cioè se $x_2 = x_1$, $\overline{P_1P_2} = |y_2 - y_1|$;
- la distanza del generico punto $P(x, y)$ del piano cartesiano dall'origine $O(0,0)$ è $\overline{OP} = \sqrt{x^2 + y^2}$.