

APPUNTI DI MATEMATICA

ALGEBRA \ DISEQUAZIONI (1)

Una disuguaglianza è una proposizione contenente uno dei quattro simboli “>” , “<” , “≥” , “≤” (maggiore, minore, maggiore o uguale, minore o uguale).

- I simboli $>$ e $<$ sono simboli di disuguaglianza “forte”;
- I simboli \geq e \leq sono simboli di disuguaglianza “debole”.

Per descrivere contemporaneamente tutte e 4 le situazioni precedenti, si usa il simbolo generico $\frac{>}{<}$.

Una disuguaglianza numerica è una disuguaglianza solo tra numeri, ed è sempre sicuramente vera o falsa.

Una disuguaglianza letterale, invece, è una disuguaglianza contenente una o più lettere (“variabili”), che possono assumere, in generale, uno o più valori di un certo insieme numerico; tale disuguaglianza può risultare vera o falsa a seconda dei particolari valori assunti dalle variabili.

Una **disequazione** è una disuguaglianza letterale che (in generale) risulta vera **solo** per alcuni valori assegnati alle lettere in essa presenti.

Ciascuna delle due espressioni che costituiscono la disuguaglianza viene detta **membro**; in particolare, l’espressione di sinistra (rispetto al simbolo di disuguaglianza) viene detta **primo membro**, l’espressione di destra (rispetto al simbolo di disuguaglianza) viene detta **secondo membro**.

Una disequazione è quindi una disuguaglianza tra due espressioni letterali, per la quale si cercano i valori (se esistono), da attribuire alle lettere, che la rendono vera.

Risolvere una disequazione significa appunto trovare (se esistono) **tutti** quei particolari valori numerici che, sostituiti alle lettere, rendono la disuguaglianza vera.

Le variabili presenti in una disequazione sono dette **incognite** della disequazione.

I valori numerici che, sostituiti alle incognite della disequazione, rendono vera la disuguaglianza, si chiamano **soluzioni** della disequazione.

Risolvere una disequazione vuol dire quindi trovare (se esistono) tutte le soluzioni della disequazione.

(N.b.: il numero delle soluzioni di una disequazione può variare a seconda dell’insieme numerico nel quale si cercano le soluzioni stesse, il cosiddetto “insieme di definizione” della disequazione data; se una disequazione ammette una certa soluzione in un determinato insieme numerico, ammette la stessa soluzione anche in ogni altro sovrainsieme dell’insieme dato, ma può non ammetterla in qualche sottoinsieme dell’insieme dato. In assenza di indicazioni diverse, d’ora in avanti le soluzioni di una disequazione andranno sempre cercate nell’insieme \mathbb{R} dei numeri reali.)

APPUNTI DI MATEMATICA

ALGEBRA \ DISEQUAZIONI (2)

- Una disequazione è **numerica** se i coefficienti sono tutti numerici;
- Una disequazione è **letterale** se almeno un coefficiente è letterale.

- Una disequazione è **intera** se tutte le incognite sono solo a numeratore;
- Una disequazione è **frazionaria** o **fratta** se almeno un'incognita è a denominatore.

Una disequazione si dice **ridotta in forma normale** se si presenta nella forma di un polinomio (ridotto in forma normale!) confrontato con lo 0 (con uno dei quattro simboli di disuguaglianza).

Il **grado** di una disequazione è il grado del polinomio confrontato con lo 0 nella forma normale della disequazione.

Una disequazione di primo grado viene detta anche disequazione lineare.

Due disequazioni sono **equivalenti** se hanno le stesse soluzioni.

Primo principio di equivalenza delle disequazioni: data una disequazione, si ottiene una disequazione equivalente sommando o sottraendo ad entrambi i membri la stessa quantità.

Secondo principio di equivalenza delle disequazioni: data una disequazione, si ottiene una disequazione equivalente moltiplicando o dividendo entrambi i membri per la stessa quantità **maggiore di 0** (maggiore \equiv strettamente maggiore).

(Comunque, data una disequazione, si può ottenere una disequazione equivalente anche moltiplicando o dividendo entrambi i membri per la stessa quantità **minore di 0**, **cambiando** però il senso (o verso) della disequazione data.)

(N.b.: se la “quantità” è un’espressione letterale contenente qualche incognita, tale quantità deve sempre avere significato nell’insieme di definizione della disequazione data.)

Una disequazione può avere un numero finito o infinito di soluzioni, può essere “sempre verificata”, oppure può essere “mai verificata” (o impossibile).

Disequazioni numeriche intere di 1° grado in 1 incognita: in forma normale, $ax + b \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} 0$, con $a, b \in \mathbb{R}$.

Geometricamente, la soluzione di una disequazione numerica intera di 1° grado in 1 incognita “descrive” una semiretta della retta reale, avente per origine il punto di ascissa $x = -\frac{b}{a}$ (con $a \neq 0$).

APPUNTI DI MATEMATICA

ALGEBRA \ SISTEMI DI DISEQUAZIONI (1)

Un **sistema** di disequazioni è un insieme di disequazioni nelle stesse incognite.

Le soluzioni del sistema sono le soluzioni **comuni** a **tutte** le disequazioni del sistema.

Risolvere un sistema significa trovare (se esistono) **tutte** le soluzioni del sistema.

Una disequazione (numerica o letterale) si dice **algebraica intera** se è scritta nella forma di un polinomio confrontato con lo 0, ossia se tutti i termini della disequazione sono monomi.

Il **grado** di un sistema di disequazioni algebriche intere è dato dal **prodotto** dei gradi delle singole disequazioni componenti il sistema.

Due sistemi sono **equivalenti** se hanno le stesse soluzioni.

Un sistema di disequazioni può avere un numero finito o infinito di soluzioni, può essere “sempre verificato”, oppure può essere “mai verificato” (o impossibile).

Geometricamente, la soluzione di un sistema di disequazioni numeriche intere di 1° grado in 1 incognita “descrive”, a seconda dei casi, una semiretta, un intervallo, o un punto della retta reale, qualora il sistema ammetta soluzione; la soluzione corrisponde invece all’insieme vuoto, se il sistema è impossibile.