APPUNTI DI MATEMATICA

ALGEBRA \ CALCOLO LETTERALE \ FRAZIONI ALGEBRICHE (1)

Una **frazione algebrica** è una frazione $\frac{A}{B}$, con A e B polinomi , B diverso dal polinomio nullo.

Ogni monomio o polinomio può essere considerato come una frazione algebrica avente per denominatore il polinomio 1 .

Se numeratore e denominatore sono entrambi semplici monomi, il termine frazionario viene allora chiamato, piuttosto che frazione algebrica, semplicemente **monomio fratto**.

Una frazione algebrica avente per numeratore il polinomio 0 è uguale a zero (e viceversa: una frazione algebrica uguale a zero ha per numeratore il polinomio 0 ; di conseguenza, "**una frazione algebrica è nulla se e solo se è nullo il numeratore**").

Invece, **il denominatore di una frazione algebrica DEVE ESSERE DIVERSO DA ZERO**.

Una frazione algebrica "perde significato" per tutti e soli quei valori delle lettere (se esistono) che annullano il denominatore. Le **condizioni di esistenza** di una frazione algebrica sono tutte le disuguaglianze che le variabili (cioè le lettere) devono verificare affinché il denominatore non si annulli; le condizioni di esistenza vengono normalmente indicate con la sigla C.E. Per poter operare con le frazioni algebriche, bisogna sempre prima scriverne le relative condizioni di esistenza.

Due frazioni algebriche $\frac{A}{B}$ e $\frac{C}{D}$ (con B , D $\neq$ 0) sono **equivalenti** se sono uguali i due prodotti "in croce" , ossia se $A \cdot D = B \cdot C$ (definizione).

Proprietà invariantiva delle frazioni algebriche: moltiplicando numeratore e denominatore di una frazione algebrica per lo stesso polinomio diverso da zero, o dividendo numeratore e denominatore di una frazione algebrica per lo stesso polinomio diverso da zero (e loro divisore comune), si ottiene una frazione equivalente alla frazione data.

Semplificare una frazione algebrica significa in pratica applicare la proprietà invariantiva alla frazione data, dividendo numeratore e denominatore per uno stesso polinomio (diverso da zero).

Una frazione algebrica si dice **ridotta ai minimi termini** se numeratore e denominatore non hanno più divisori in comune diversi da ± 1 (ossia, se numeratore e denominatore sono primi tra loro, ossia il loro M.C.D. è ± 1). In pratica, una frazione algebrica è ridotta ai minimi termini se è semplificata "il più possibile"; per ridurre una frazione algebrica ai minimi termini, basta dividere numeratore e denominatore per il loro M.C.D. (diverso da zero per definizione).

Ridurre a denominatore comune due (o più) frazioni algebriche significa trovare altre due (o più) frazioni algebriche aventi tutte lo stesso denominatore, ciascuna equivalente alla corrispondente frazione data.
Applicando la proprietà invariantiva, si hanno infinite possibili soluzioni a questo problema. Per convenzione, tra tutti i possibili denominatori comuni si sceglie "il più piccolo", e precisamente il m.c.m. tra i vari denominatori; si ha quindi la **riduzione al minimo comune denominatore** (**m.c.d.**).

APPUNTI DI MATEMATICA

ALGEBRA \ CALCOLO LETTERALE \ FRAZIONI ALGEBRICHE (2)

Operazioni con le frazioni algebriche (regole analoghe a quelle delle frazioni numeriche):

$\frac{A}{C} \pm \frac{B}{C} = \frac{A \pm B}{C}$ (C $\neq 0$) ;

$\frac{A}{C} \pm \frac{B}{D} = \frac{AR \pm BS}{M}$, con M = m.c.d. , R = M:C , S = M:D (C , D $\neq 0$) ;

$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{A \cdot C}{B \cdot D}$ (B , D $\neq 0$) ;

$\frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C}$ ($= \frac{A \cdot D}{B \cdot C}$) (B , C , D $\neq 0$) ;

$\left(\frac{A}{B}\right)^n = \frac{A^n}{B^n}$, con n $\in$ N (B $\neq 0$) ;

$\left(\frac{A}{B}\right)^{-n} = \left(\frac{B}{A}\right)^n$, con n $\in$ N (A , B $\neq 0$) .